

دوست مازی من! سلام

به جمع دوپینگ‌های کنکور ۹۹ خوش اومدی! تو این دوره قراره کل نکات ریاضی رو به شکل تست در کمترین حجم با صرف کمترین زمان و انرژی مرور کنیم. میخام براتون توضیح بدم که چطوری از دوره دوپینگ استفاده کنید:



۱- بین اعداد ۹ و ۱۴۴ سه واسطه هندسی درج کرده ایم. اگر این دنباله غیر یکنوا باشد، مجموع این ۳ جمله چقدر است؟

۵۴ (۱) -۵۴ (۲) ۱۲۶ (۳) -۱۲۶ (۴)

۲- اگر $\cot x = \frac{1}{2}$ و انتهای کمان x در ناحیه سوم قرار داشته باشد، حاصل عبارت $2\sqrt{5}(\sin x - \cos x)$ کدام است؟

(۱) -۶ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۶

۳- در مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - x - 2} \leq \frac{5}{2x + 5}$ ، چند عدد صحیح قرار دارد؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۴- نمودار تابع $y = \left| \frac{1}{2}x \right| + 3$ را، ۶ واحد به طرف x های مثبت و ۱ واحد به طرف y های منفی انتقال می دهیم. نمودار جدید و نمودار اولیه با کدام طول متقاطع اند؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۵- در جعبه ای ۵ مهره سبز و ۳ مهره قرمز وجود دارد. ۳ مهره از این ظرف برمی داریم با کدام احتمال تعداد مهره های سبز بیشتر است؟

(۱) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{15}{28}$ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{5}{7}$

۶- مختصات رئوس مثلثی A و B و C می باشند، اگر این مثلث در راس A متساوی الساقین باشد، مقدار m کدام می تواند باشد؟

(۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۲ (۴) -۲

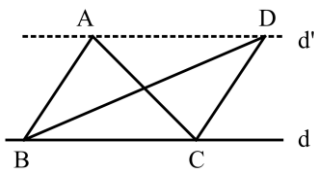


۷- اختلاف جواب های معادله $(3x + 2)^2 - (3x + 2) = 20$ کدام است؟

۱(۱) ۳(۲) ۶(۳) ۹(۴)

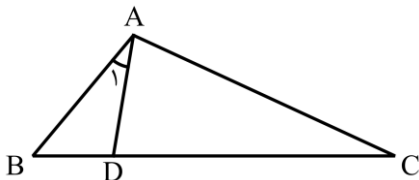
- ۸- مریم و سارا تایپ یک مجله ادبی را با هم انجام می دهند، مریم به تنهایی در طول ۹۰ دقیقه یک مجله را تایپ می کند. آنها این مجله را با هم در ۱ ساعت تایپ می کنند، سارا به تنهایی یک مجله را در چه مدت تایپ می کند؟
- ۲(۱) ساعت ۲(۲) ساعت و ۲۰ دقیقه ۳(۳) ساعت ۳(۴) ساعت و ۲۰ دقیقه

- ۹- در شکل مقابل $d \parallel d'$ ، مساحت مثلث ABC برابر ۲۴ واحد مربع و $BD = 12$ است. فاصله نقطه C از BD کدام است؟



- ۲(۱) ۳(۲) ۴(۳) ۶(۴)

- ۱۰- در شکل زیر $\hat{A}_1 = \hat{C}$ است. اگر $AB = \frac{1}{4}BC$ باشد، نسبت مساحت دو مثلث ABD و ADC کدام است؟



- ۱(۱) $\frac{1}{15}$ ۲(۲) $\frac{1}{9}$ ۳(۳) $\frac{1}{16}$ ۴(۴) $\frac{1}{8}$

- ۱۱- در مستطیلی به طول اضلاع $2\sqrt{3}$ و $2\sqrt{6}$ واحد، از هر راس متقابل، عمودی بر قطر دیگر این مستطیل رسم شده است. فاصله این دو خط عمود کدام است؟

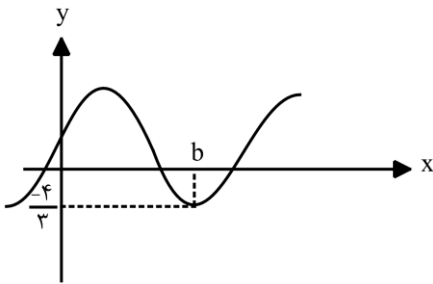
- ۱(۱) ۱/۵(۲) ۱/۷۵(۳) ۲(۴)

۱۲- حاصل عبارت $\tan 78^\circ \cos 33^\circ - \cot 315^\circ \sin 51^\circ$ ، کدام است؟

۱(۱) -۱ ۰(۲) ۱(۳) ۲(۴)



۱۳- اگر نمودار $y = a + 2 \cos(x - \frac{\pi}{4})$ به صورت مقابل باشد، مقدار ab کدام است؟



- (۱) $-\frac{5\pi}{6}$
(۲) $-\frac{5\pi}{12}$
(۳) $\frac{5\pi}{6}$
(۴) $\frac{5\pi}{12}$

۱۴- اگر عرض از مبدا نمودار تابع $f(x) = a + \log(1 - bx)$ برابر ۲ و نیمساز ناحیه اول و سوم را در نقطه ی به طول ۳ کرده باشد، دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟

- (۱) $(3, 1)$ (۲) $(2, -1)$ (۳) $(2, -3)$ (۴) $(-1, 2)$

۱۵- اگر $x = a$ ریشه معادله $\log(x+1) = \log(7x) - \log(-4x+6)$ باشد، حاصل $\log(4x-1)(8x-4)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) معادله فاقد ریشه حقیقی است

۱۶- به ازای کدام مقدار a ، تابع $f(x) = a[-\frac{4}{x}] + [x]$ در $x = 2$ پیوسته است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) هیچ مقدار

۱۷- در یک خانواده ی سه فرزندی اگر حداقل یک پسر وجود داشته باشد، با چه احتمالی فرزند دوم و سوم پسر هستند؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{2}{7}$

۱۸- اگر A و B دو پیشامد در فضای نمونه ای S باشند، به طوری که $P(A|B') = 0/6$ و $P(B) = 0/3$ ، آنگاه احتمال وقوع پیشامد $A \cup B$ کدام است؟

- (۱) $0/58$ (۲) $0/46$ (۳) $0/65$ (۴) $0/72$



۱۹- اگر میانگین و واریانس داده‌های $X_1, X_2, \dots, X_n$ به ترتیب برابر ۳ و ۴ باشد، ضریب تغییرات داده‌های $3X_1 - 1$ ، $3X_2 - 1$ ، $\dots$ و $3X_n - 1$ کدام است؟

(۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{8}$

۲۰- نقطه‌ی $(2, -1)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ قرار دارد. کدام یک از نقاط زیر حتماً روی نمودار تابع $y = 2f(2x) - 3$ قرار دارد؟

(۱) $(1, 1)$ (۲) $(2, -5)$ (۳) $(1, -5)$ (۴) $(2, 1)$

۲۱- ضابطه‌ی $y = x|x - 6|$ در یک بازه، نزولی اکید است. ضابطه‌ی وارون آن در این بازه کدام است؟

(۱) $3 + \sqrt{9 - x}$ (۲) $3 + \sqrt{9 - x}$ (۳) $3 - \sqrt{9 - x}$ (۴) $3 - \sqrt{9 - x}$
 $3 < x < 6$ $0 < x < 9$ $3 < x < 6$ $0 < x < 9$

۲۲- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $2\sin^2 x + \sin 2x = 1$ ، به کدام صورت است؟ ($K \in \mathbb{Z}$)

(۱) $k\pi - \frac{\pi}{8}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$ (۳) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{8}$

۲۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt[3]{x+5} - [x]}{|3-x|}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۲۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{5\pi}{4}} \frac{1 - 2\sin x}{2\sin^2 x - 1}$ کدام است؟

(۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$



۲۵- تابع $f(x) = (x^2 + ax + b)[x]$ در $x = -3$ مشتق پذیر می باشد. $a - b$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۹ (۴) -۹

۲۶- خطوط مماس بر منحنی $y = |x|\sqrt{2x - a}$ در نقطه گوشه ای، بر هم عموداند. مقدار a کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۷- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{1 - x} = 12$ ، آنگاه حاصل مشتق تابع $y = f\left(\frac{3}{\sqrt{x}}\right)$ در $x = 9$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۲۸- نمودار تابع $y = \frac{(2-x)^3}{x^2}$ در کدام بازه صعودی است؟

- (۱) $(-4, 0)$ (۲) $(0, 4)$ (۳) $(1, 2)$ (۴) $(1, +\infty)$

۲۹- اختلاف ماکزیمم و می نیمم مطلق تابع $f(x) = |x|(x+2)$ در فاصله $[-3, 1]$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۳۰- مجموع شعاع قاعده و ارتفاع یک استوانه برابر ۱۲ است. بیش ترین مقدار ممکن برای حجم این استوانه چه قدر است؟

- (۱) 128π (۲) 256π (۳) 64π (۴) 48π



- ۱- بین اعداد ۹ و ۱۴۴ سه واسطه هندسی درج کرده ایم. اگر این دنباله غیر یکنوا باشد، مجموع این ۳ جمله چقدر است ؟
- ۵۴(۱) -۵۴(۲) ۱۲۶(۳) -۱۲۶(۴)

مل : گزینه ۲ صحیح است .

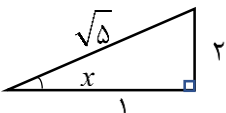
$$9, \dots, \dots, \dots, 144 \rightarrow q^4 = \frac{144}{9} = 16 \rightarrow q = \pm 2 \rightarrow q = -2$$

$$9, -18, 36, -72, 144 \rightarrow -18 + 36 - 72 = -54$$

- ۲- اگر $\cot x = \frac{1}{2}$ و انتهای کمان x در ناحیه سوم قرار داشته باشد، حاصل عبارت $2\sqrt{5}(\sin x - \cos x)$ کدام است ؟
- ۶(۴) ۲(۳) -۲(۲) -۶(۱)

گزینه ۲ صحیح می باشد.

دو خانواده مثلثاتی در نسبت ها وجود دارد $\left. \begin{matrix} \cos, \sin \\ \tan, \cot \end{matrix} \right\}$ برای محاسبه یکی از خانواده از روی دیگری میتوانیم از اتحادها استفاده کنیم یا اینکه با رسم یک مثلث قائم الزاویه و قرار دادن اعداد روی ضلع مقابل، مجاور و وتر نسبت ها را محاسبه کنیم.



$$\sin x = \frac{2}{\sqrt{5}} \xrightarrow{x \text{ در ربع دوم}} \begin{cases} \sin x = -\frac{2}{\sqrt{5}} \\ \cos x = -\frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

$$2\sqrt{5}(\sin x - \cos x) = 2\sqrt{5}\left(-\frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}}\right) = 2\sqrt{5}\left(\frac{-1}{\sqrt{5}}\right) = -2$$

- ۳- در مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - x - 2} \leq \frac{5}{2x + 5}$ ، چند عدد صحیح قرار دارد ؟
- ۵(۴) ۴(۳) ۳(۲) ۲(۱)

مل : گزینه ۳ صحیح است.

$$\frac{(x+1)(x-4)}{(x+1)(x-2)} - \frac{5}{2x+5} \leq 0 \Rightarrow \frac{(x-4)}{(x-2)} - \frac{5}{2x+5} \leq 0 \Rightarrow \frac{2x^2 - 3x - 20 - 5(x-2)}{(x-2)(2x+5)} \leq 0 \Rightarrow$$

$$\frac{2x^2 - 8x - 10}{(x-2)(2x+5)} \leq 0 \Rightarrow \frac{2(x+1)(x-5)}{(x-2)(2x+5)} \leq 0 \rightarrow \left(-\frac{5}{2}, -1\right) \cup (2, 5] \rightarrow \{-2, 3, 4, 5\}$$

x	$-\frac{5}{2}$	-1	2	5
عبارت	+	-	+	-



۴- نمودار تابع $y = \left| \frac{1}{2}x \right| + 3$ را، ۶ واحد به طرف x های مثبت و ۱ واحد به طرف y های منفی انتقال می دهیم. نمودار جدید و نمودار اولیه با کدام طول متقاطع اند؟

- ۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) ۲

پاسخ گزینه ۴ صمیع است

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{\text{۱ واحد به پایین}} \left| \frac{1}{2}(x-6) \right| + 3 \xrightarrow{\text{۶ واحد به راست}} \left| \frac{1}{2}x \right| + 3 \\ & \left| \frac{1}{2}x \right| + 3 = \left| \frac{1}{2}(x-6) \right| + 3 \Rightarrow |x| = |x-6| \Rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

۵- در جعبه ای ۵ مهره سبز و ۳ مهره قرمز وجود دارد. ۳ مهره از این ظرف برمی داریم با کدام احتمال تعداد مهره های سبز بیشتر است؟

- ۱) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{15}{28}$ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{5}{7}$

گزینه ۴ صمیع است

$$\frac{\binom{5}{2} \binom{3}{1}}{\binom{8}{3}} + \frac{\binom{5}{3}}{\binom{8}{3}} = \frac{10 \times 3}{56} + \frac{10}{56} = \frac{40}{56} = \frac{5}{7}$$

۶- مختصات رئوس مثلثی A و B و C می باشند، اگر این مثلث در راس A متساوی الساقین باشد، مقدار m کدام می تواند باشد؟

- ۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۲ (۴) -۲

جواب: گزینه ۳

چون مثلث متساوی الساقین است، طول ساق AB و AC با هم برابرند و برای حل سوال طول اضلاع که فاصله بین دو راس مثلث است را بدست می آوریم و با هم برابر قرار می دهیم. در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} AB = AC & \Rightarrow \sqrt{(6-2)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{(2m+1-2)^2 + (4-0)^2} \Rightarrow \sqrt{(2m-1)^2 + 16} = \sqrt{25} \\ & \Rightarrow |2m-1| = 3 \\ & \Rightarrow \begin{cases} 2m-1 = -3 \rightarrow m_1 = -1 \\ 2m-1 = 3 \rightarrow m_2 = 2 \end{cases} \end{aligned}$$



۷- اختلاف جواب های معادله $(3x+2)^2 - (3x+2) = 20$ کدام است؟

۱(۱) ۳(۲) ۶(۳) ۹(۴)

مل : گزینه ۲ صحیح است.

این سوال تغییر متغیر است. در کتاب درسی روی این موضوع در قالب مثال و تمرین تاکید شده است. یک نکته که در جوابهای این سوال در نظر گرفته شده است، این است که اختلاف متغیر جایگزین به جای اختلاف متغیر اصلی ممکن است در نظر گرفته شود که آنگاه گزینه ۴ بدست می آید.

$$3x-1=t \Rightarrow t^2-t-20=0 \Rightarrow (t-5)(t+4)=0 \rightarrow \begin{cases} t=5 \\ t=-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+2=5 \Rightarrow x=1 \\ 3x+2=-4 \Rightarrow x=-2 \end{cases} \Rightarrow \text{اختلاف جواب ها} = 3$$

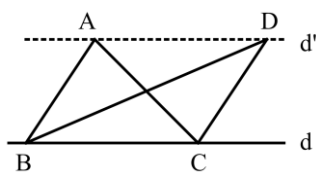
۸- مریم و سارا تایپ یک مجله ادبی را با هم انجام می دهند ، مریم به تنهایی در طول ۹۰ دقیقه یک مجله را تایپ می کند. آنها این مجله را با هم در ۱ ساعت تایپ می کنند، سارا به تنهایی یک مجله را در چه مدت تایپ می کند؟

۲(۱) ساعت ۲(۲) ساعت و ۲۰ دقیقه ۳(۳) ساعت ۴(۴) ساعت و ۲۰ دقیقه

مل : گزینه ۳ صحیح است.

$$\frac{1}{90} + \frac{1}{x} = \frac{1}{60} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{60} - \frac{1}{90} = \frac{3-2}{180} \Rightarrow \frac{1}{180} \Rightarrow x=180 \Rightarrow \text{ساعت } 3$$

۹- در شکل مقابل $d \parallel d'$ ، مساحت مثلث ABC برابر ۲۴ واحد مربع و $BD=12$ است. فاصله نقطه C از BD کدام است؟



۳ (۲)

۲ (۱)

۶ (۴)

۴ (۳)

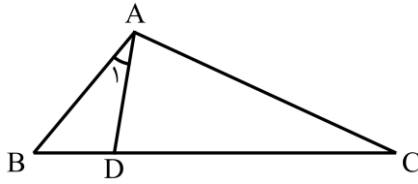
جواب: گزینه ۳

دو مثلث ABC و BCD هم مساحت هستند فاصله نقطه C از ضلع BD همان ارتفاع نظیر ضلع BD است.

$$S = \frac{1}{2} h \times BD \Rightarrow 24 = 6h \Rightarrow \boxed{h=4}$$



۱۰- در شکل زیر $\hat{A}_1 = \hat{C}$ است. اگر $AB = \frac{1}{4} BC$ باشد، نسبت مساحت دو مثلث ABD و ADC کدام است؟



$$\frac{1}{9} \quad (2)$$

$$\frac{1}{8} \quad (4)$$

$$\frac{1}{15} \quad (1)$$

$$\frac{1}{16} \quad (3)$$

جواب: گزینه ۱

$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{C} \\ \hat{B} = \hat{B} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ABD \Rightarrow \frac{BD}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{15}{16} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ABD}} = \frac{1}{\frac{15}{16} - \frac{1}{16}} = \frac{1}{15}$$

۱۱- در مستطیلی به طول اضلاع $2\sqrt{3}$ و $2\sqrt{6}$ واحد، از هر رأس متقابل، عمودی بر قطر دیگر این مستطیل رسم شده است. فاصله این دو خط عمود کدام است؟

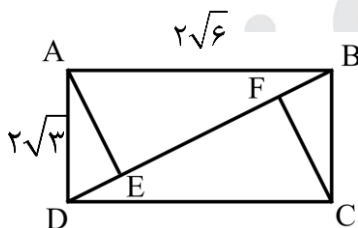
$$2 \quad (4)$$

$$1/75 \quad (3)$$

$$1/5 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

جواب: گزینه ۴



از دو رأس A و C، دو عمود AE و CF را بر قطر BD رسم می‌کنیم.

$$\triangle ABD: \begin{cases} \hat{A} = 90^\circ \\ AE \perp BD \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} BD^2 &= AD^2 + AB^2 = 12 + 24 = 36 \rightarrow BD = 6 \\ AD^2 &= DE \times BD \Rightarrow 12 = DE \times 6 \rightarrow DE = \frac{12}{6} = 2 \end{aligned}$$

به طریق مشابه طول BF برابر ۱/۵ بدست می‌آید و در نتیجه فاصله دو خط که برابر با EF می‌باشد برابر است با:

$$BD = DE - BF = 6 - 2 - 2 = 2$$

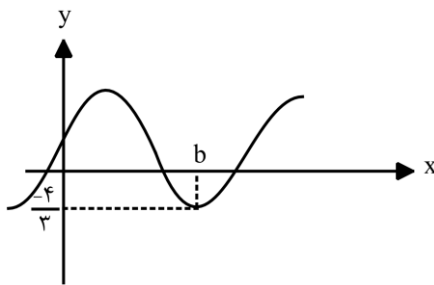


۱۲- حاصل عبارت $\tan 78^\circ \cos 33^\circ - \cot 315^\circ \sin 51^\circ$ کدام است؟
 ۱) -۱ ۲) ۰ ۳) ۱ ۴) ۲

جواب: گزینه ۴

$$\begin{aligned} \tan 78^\circ \cos 33^\circ - \cot 315^\circ \sin 51^\circ &= \\ \tan(2 \times 36^\circ + 6^\circ) \cos(36^\circ - 3^\circ) - \cot(270^\circ + 45^\circ) \sin(36^\circ + 15^\circ) &= \\ \tan 6^\circ (\cos 3^\circ) + \tan(45^\circ) \sin(15^\circ) &= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1 \end{aligned}$$

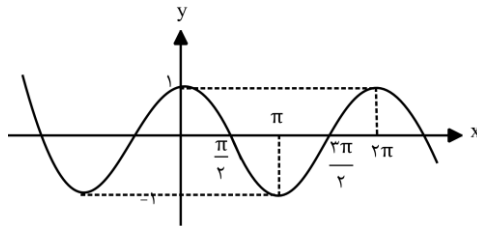
۱۳- اگر نمودار $y = a + 2 \cos(x - \frac{\pi}{4})$ به صورت مقابل باشد، مقدار ab کدام است؟



- ۱) $-\frac{5\pi}{6}$ ۲) $-\frac{5\pi}{12}$
 ۳) $\frac{5\pi}{6}$ ۴) $\frac{5\pi}{12}$

جواب: گزینه ۳

نکته ۱: نمودار تابع $y = \cos x$ به صورت مقابل است:



نکته ۲: برای رسم نمودار تابع $y = f(x) + k$ کافی است نمودار تابع $y = f(x)$ را به اندازه k واحد روی محور y انتقال دهیم. اگر $k > 0$ ، حرکت به سمت بالا و اگر $k < 0$ ، حرکت به سمت پایین است.
 نکته ۳: برای رسم نمودار $y = f(x + k)$ کافی است نمودار $y = f(x)$ را به اندازه k واحد روی محور x انتقال دهیم. اگر $k > 0$ ، انتقال به سمت چپ و اگر $k < 0$ ، انتقال به سمت راست محور x می باشد.

از مقایسه نمودار $y = \cos x$ و نمودار داده شده می توان فهمید که نمودار به اندازه $\frac{2}{3}$ واحد به سمت بالا حرکت کرده است (زیرا کمترین مقدار در نمودار $y = 2 \cos x$ برابر ۲- و در نمودار داده شده $-\frac{4}{3}$ است)، پس $a = \frac{2}{3}$. از طرفی مطابق ضابطه‌ی که در صورت سوال داده شده و نکته ۳، نمودار به اندازه $\frac{\pi}{4}$ روی محور x ها به سمت راست حرکت کرده است، پس:

$$b = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$$

$$a \times b = \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{5\pi}{4}\right) = \frac{5\pi}{6} \quad \text{بنابراین:}$$





همایش دروس عمومی و اختصاصی

- ✓ همایش های ویژه ماز در تمامی دروس اختصاصی و عمومی (۹ درس)
- ✓ ویژه جمع بندی و مرور نزدیک به روز کنکور
- ✓ برگزاری توسط اساتید کلاس های اصلی و نکته و تست ماز
- ✓ تورق کتاب، نکته های پایانی، تکنیک آزمون کنکور
- ✓ پیش بینی سوالات کنکور
- ✓ شروع همایش ها از ۴ مرداد

در صورتی که برای ثبت نام محصولات ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۲۰۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.

۱۴- اگر عرض از مبدا نمودار تابع $f(x) = a + \log(1 - bx)$ برابر ۲ و نیمساز ناحیه اول و سوم را در نقطه ی به طول ۳ کرده باشد، دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟

(۱) $(3, 1)$ (۲) $(2, -1)$ (۳) $(2, -3)$ (۴) $(-1, 2)$

جواب : گزینه ۳ صحیح می باشد

$$f(0) = 2 \rightarrow a + \log 1 = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$A(3, 3) \rightarrow f(3) = 3 \rightarrow a + \log(1 - 3b) = 3 \Rightarrow \log(1 - 3b) = 1 \rightarrow b = -3 \rightarrow (a, b) = (2, -3)$$

۱۵- اگر $x = a$ ریشه معادله $\log(x+1) = \log(7x) - \log(-4x+6)$ باشد، حاصل $\log_{(4x-1)}(8x-4)$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) معادله فاقد ریشه حقیقی است

جواب : گزینه ۳ صحیح می باشد

$$\log(x+1) + \log(-4x+6) = \log(7x) \Rightarrow \log(x+1)(-4x+6) = \log(7x)$$

$$\Rightarrow (x+1)(-4x+6) = 7x \Rightarrow 4x^2 + 5x - 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 & \text{غ ق} \\ x = \frac{3}{4} & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\log_{(4x-1)}(8x-4) \xrightarrow{x=\frac{3}{4}} \log_{(4 \times \frac{3}{4} - 1)}(8 \times \frac{3}{4} - 4) = \log_2 2 = 1$$



۱۶- به ازای کدام مقدار a ، تابع $f(x) = a\left[-\frac{4}{x}\right] + [x]$ در $x = 2$ پیوسته است؟ ([نماد جزء صحیح است].)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) هیچ مقدار

جواب: گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[a\left[-\frac{4}{x}\right] + [x] \right] = a\left[-\frac{4}{2^+}\right] + [2^+] = -2a + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left[a\left[-\frac{4}{x}\right] + [x] \right] = a\left[-\frac{4}{2^-}\right] + [2^-] = -3a + 1$$

$$f(2) = a\left[-\frac{4}{2}\right] + [2] = -2a + 2$$

همانگونه که مشخص است، حد راست تابع با مقدار تابع برابر است در نتیجه کافی است که حد چپ نیز با این مقدار برابر باشد. در نتیجه داریم:

$$-2a + 2 = -3a + 1 \Rightarrow a = -1$$

۱۷- در یک خانواده‌ی سه فرزندی اگر حداقل یک پسر وجود داشته باشد، با چه احتمالی فرزند دوم و سوم پسر هستند؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{2}{7}$

جواب: گزینه ۴

در این خانواده حالت هر سه دختر وجود ندارد پس فضای نمونه‌ای ۷ عضو دارد که به صورت زیر است:

{(د، د، پ)، (د، پ، پ)، (پ، پ، پ)، (پ، پ، د)، (پ، د، د)، (د، پ، د)، (د، د، پ)}

$$P(A) = \frac{2}{7}$$

که دو حالت مشخص شده مطلوب سؤال است پس:

۱۸- اگر A و B دو پیشامد در فضای نمونه‌ای S باشند، به طوری که $P(A|B') = 0/6$ و $P(B) = 0/3$ ، آنگاه احتمال وقوع پیشامد $A \cup B$ کدام است؟

- (۱) $0/58$ (۲) $0/46$ (۳) $0/65$ (۴) $0/72$

جواب: گزینه ۴

می‌دانیم $A \cap B' = A - B$ و $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$ ، همچنین $P(B') = 1 - P(B)$ ، پس:

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A - B)}{P(B')} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} \quad (*)$$

طبق فرض $P(A|B') = 0/6$ و $P(B) = 0/3$ ، بنابراین (*) نتیجه می‌شود:

$$0/6 = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - 0/3} \Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = 0/42 \quad (**)$$

از طرفی $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ، پس اگر به طرفین تساوی (**) را اضافه کنیم نتیجه می‌شود:

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/42 + P(B) \Rightarrow P(A \cup B) = 0/42 + 0/3 = 0/72$$



۱۹- اگر میانگین و واریانس داده‌های $X_1, X_2, \dots, X_n$ به ترتیب برابر ۳ و ۴ باشد، ضریب تغییرات داده‌های $3X_1 - 1, 3X_2 - 1, \dots, 3X_n - 1$ کدام است؟

(۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{8}$

جواب: گزینه ۳

نکته ۱: ضریب تغییرات، برابر نسبت انحراف معیار بر میانگین است. $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$

نکته ۲: اگر میانگین، واریانس و انحراف معیار داده‌های $X_1, X_2, \dots, X_n$ به ترتیب برابر $\bar{x}, \sigma^2$ و σ باشد، میانگین، واریانس و انحراف معیار داده‌های $aX_1 + b, aX_2 + b, \dots, aX_n + b$ به ترتیب برابر $a\bar{x} + b, a^2\sigma^2$ و $a\sigma$ است. باتوجه به نکته ۱، میانگین و انحراف معیار داده‌های $3X_i - 1$ برابر است با:

$$\begin{cases} 3\bar{x} - 1 = 3(3) - 1 = 8 \\ \sigma_{3X-1} = 3\sigma_X = 3 \times \sqrt{4} = 6 \\ CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

پس ضریب تغییرات داده‌های به فرم $3X_i - 1$ برابر است با:

۲۰- نقطه‌ی $(2, -1)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ قرار دارد. کدامیک از نقاط زیر حتماً روی نمودار تابع $y = 2f(2x) - 3$ قرار دارد؟

(۱) $(1, 1)$ (۲) $(2, -5)$ (۳) $(1, -5)$ (۴) $(2, 1)$

جواب: گزینه ۳

نکته: برای رسم نمودار تابع $y = f(kx)$ ، کافی است طول نقاط تابع $y = f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم.

نقطه‌ی $(2, -1)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ قرار دارد، پس $f(2) = -1$ ، با توجه به این نکته طول نقطه‌ی متناظر با نقطه‌ی $(2, -1)$ روی نمودار $y = f(2x)$ نقطه‌ی برابر $2 \times \frac{1}{2} = 1$ است. برای یافتن عرض این نقطه، $x = 1$ را در ضابطه‌ی تابع $y = 2f(2x) - 3$ جای گذاری می‌کنیم:

$$y = 2f(2 \times 1) - 3 = 2f(2) - 3 = 2(-1) - 3 = -5$$

پس نقطه‌ی $(1, -5)$ حتماً روی نمودار تابع $y = 2f(2x) - 3$ قرار دارد.



۲۱- ضابطه‌ی $y = x|x - 6|$ در یک بازه، نزولی اکید است. ضابطه‌ی وارون آن در این بازه کدام است؟

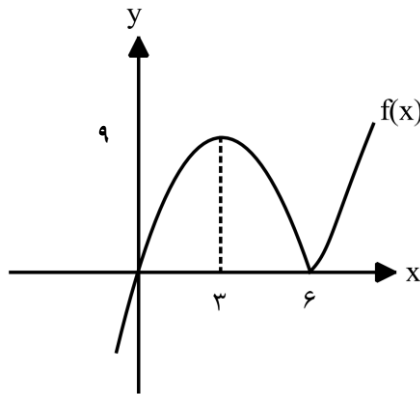
$$\begin{aligned} & 3 - \sqrt{9 - x} \quad (۴) \\ & 0 < x < 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 3 - \sqrt{9 - x} \quad (۳) \\ & 3 < x < 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 3 + \sqrt{9 - x} \quad (۲) \\ & 0 < x < 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 3 + \sqrt{9 - x} \quad (۱) \\ & 3 < x < 6 \end{aligned}$$

جواب: گزینه ۲



$$f(x) = \begin{cases} x(x-6) & x > 6 \\ -x(x-6) & x < 6 \end{cases}$$

با توجه به نمودار، تابع f در بازه‌ی $(3, 6)$ نزولی اکید است. برای محاسبه وارون تابع در این بازه از روش مربع کامل استفاده میکنیم.

$$f(x) = -x^2 + 6x \quad (3 < x < 6) \Rightarrow f(x) = -(x-3)^2 + 9$$

$$y = 9 - (x-3)^2 \Rightarrow (x-3)^2 = 9 - y \Rightarrow |x-3| = \sqrt{9-y}$$

$$\xrightarrow{x > 3} x - 3 = \sqrt{9-y} \Rightarrow x = 3 + \sqrt{9-y} \Rightarrow f^{-1}(x) = 3 + \sqrt{9-x}$$

حال دامنه‌ی $f^{-1}(x)$ را در این بازه به دست می‌آوریم. می‌دانیم برد تابع f در بازه‌ی $(3, 6)$ دامنه‌ی f^{-1} است، برای محاسبه برد از روش زیر استفاده می‌کنیم. البته چون تابع در این بازه یکنواست کافی است نقاط ابتدا و انتهای بازه را جایگذاری کنیم. بنابراین داریم:

$$3 < x < 6 \Rightarrow 0 < (x-3) < 3 \Rightarrow 0 < (x-3)^2 < 9 \Rightarrow -9 < -(x-3)^2 < 0$$

$$\Rightarrow 0 < 9 - (x-3)^2 < 9 \Rightarrow 0 < y < 9$$

۲۲- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $2\sin^2 x + \sin 2x = 1$ ، به کدام صورت است؟ ($K \in \mathbb{Z}$)

$$\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \quad (۲)$$

$$k\pi - \frac{\pi}{8} \quad (۱)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \quad (۳)$$

جواب: گزینه ۳

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\sin 2x = 1 - 2\sin^2 x \Rightarrow \cos 2x = \sin 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$$

$$2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - 2x \rightarrow 4x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$$

$$2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + 2x \rightarrow \neq$$



۲۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt[3]{x+5} - [x]}{|3-x|}$ کدام است؟

$\frac{1}{4}$ (۴)

$-\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{12}$ (۲)

$-\frac{1}{12}$ (۱)

جواب: گزینه ۱

نکته اول) در محاسبه‌ی حد توابع قدر مطلق، ابتدا قدر مطلق را تعیین علامت کرده و سپس حد محاسبه می‌گردد.
نکته دوم) در محاسبه‌ی حد توابع جزء صحیح ابتدا عبارت درون جزء صحیح را محاسبه کرده و عدد صحیح به دست آمده را جایگزین جزء صحیح کرده و محاسبه انجام می‌شود.
نکته‌ی سوم) اتحاد چاق و لاغر:

$$a^x - b^x = (a-b)(a^x + ab + b^x)$$

$$a^x + b^x = (a+b)(a^x - ab + b^x)$$

در این سوال پس از تعیین علامت قدر مطلق و به دست آوردن عدد صحیح خارج شده از جزء صحیح، با حد مبهم صفر صفرم مواجه می‌شویم. که در این جا به دو روش حل آن صورت گرفته است.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt[3]{x+5} - 2}{3-x} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+5)^2}} - 0}{-1} = \frac{\frac{1}{12}}{-1} = -\frac{1}{12}$$

۲۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{5\pi}{4}} \frac{1 - 2\sin x}{2\sin^2 x - 1}$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$-\infty$ (۲)

$+\infty$ (۱)

جواب: گزینه ۲

تابع $\sin^2 x$ در ناحیه سوم یک تابع صعودی است در نتیجه مقدار آن در سمت چپ $\frac{5\pi}{4}$ کوچکتر از $\frac{1}{2}$ است و در نتیجه مخرج کسر یک مقدار منفی خواهد بود.

۲۵- تابع $f(x) = (x^2 + ax + b)[x]$ در $x = -3$ مشتق پذیر می‌باشد. $a - b$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

-9 (۴)

9 (۳)

-3 (۲)

3 (۱)

جواب: گزینه ۲

$$f(x) = (x^2 + ax + b)[x]$$

$$g(-3) = g'(-3) = 0$$

$$g(-3) = 9 - 3a + b = 0 \Rightarrow 3a - b = 9$$

$$g'(-3) = -6 + a = 0 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow b = 9$$



۲۶- خطوط مماس بر منحنی $y = |x|\sqrt{2x-a}$ در نقطه گوشه ای، بر هم عموداند. مقدار a کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

-۱ (۱)

جواب: گزینه ۱

با توجه به قدر مطلق داده شده در صورت سوال، مشخص است که تابع در ریشه قدرمطلق مشتق ناپذیر است. در نتیجه نقطه گوشه که در صورت سوال به آن اشاره شده همان نقطه $x = 0$ است.

$$(۱) \ x > 0 \Rightarrow y = x\sqrt{2x-a} \Rightarrow y'_+(\cdot) = \sqrt{2x-a} \Big|_{x=0} = \sqrt{-a}$$

$$(۲) \ x < 0 \Rightarrow y = -x\sqrt{2x-a} \Rightarrow y'_-(\cdot) = -\sqrt{2x-a} \Big|_{x=0} = -\sqrt{-a}$$

$$m_1 m_2 = -1 \Rightarrow (\sqrt{-a})(-\sqrt{-a}) = -1 \Rightarrow a = -1$$

۲۷- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{1-x} = 12$ ، آن گاه حاصل مشتق تابع $y = f\left(\frac{3}{\sqrt{x}}\right)$ در $x = 9$ کدام است؟

$-\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$-\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

جواب: گزینه ۳

مشتق $y = f\left(\frac{3}{\sqrt{x}}\right)$ را محاسبه می کنیم:

$$y' = \left(\frac{3}{\sqrt{x}}\right)' f'\left(\frac{3}{\sqrt{x}}\right) \Rightarrow y' = \frac{-\frac{3}{2} \times \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) - \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)(3)}{\left(\sqrt{x}\right)^2} f'\left(\frac{3}{\sqrt{x}}\right)$$

$$y'(9) = \frac{-\frac{1}{2}}{(3)^2} (f'(1)) = -\frac{1}{18} f'(1)$$

$$f'(1) = -12$$

$$y'(9) = -\frac{1}{18} (-12) = \frac{2}{3}$$

حد داده شده تعریف مشتق تابع f در $x = 1$ است. بنابراین باتوجه به حد:

در نتیجه:



۲۸- نمودار تابع $y = \frac{(2-x)^3}{x^2}$ در کدام بازه صعودی است؟

- (۱) $(-4, 0)$ (۲) $(0, 4)$ (۳) $(1, 2)$ (۴) $(1, +\infty)$

جواب: گزینه ۱

برای اینکه تابع صعودی باشد، مشتق آن باید مثبت باشد. در نتیجه:

$$y' = \frac{-3(2-x)^2 x^2 - 2x(2-x)^3}{x^4} > 0 \Rightarrow \frac{(2-x)^2}{x^4} (-3x^2 + 2x^2 - 4x) > 0 \Rightarrow x^2 + 4x < 0$$

پس $-4 < x < 0$ با بازه $(-4, 0)$ می باشد.

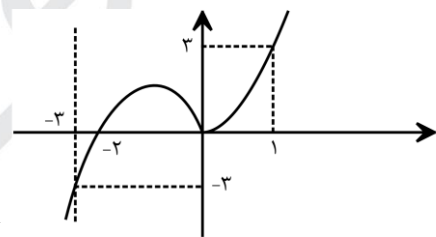
۲۹- اختلاف ماکزیمم و می نیمم مطلق تابع $f(x) = |x|(x+2)$ در فاصله $[-3, 1]$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

جواب: گزینه ۳

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & x > 0 \\ -x^2 - 2x & x < 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x + 2 & x > 0 \Rightarrow 2x + 2 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ غ ق} \\ \text{موجود نیست} & x = 0 \\ -2x - 2 & x < 0 \Rightarrow -2x - 2 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ ق ق} \end{cases}$$



بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} f(0) = 0 \\ f(-1) = 1 \\ f(-3) = -3 \text{ می نیمم مطلق} \\ f(1) = 3 \text{ ماکزیمم مطلق} \end{array} \right\} \Rightarrow 3 - (-3) = 6 \text{ می نیمم مطلق - ماکزیمم مطلق}$$



۳۰- مجموع شعاع قاعده و ارتفاع یک استوانه برابر ۱۲ است. بیشترین مقدار ممکن برای حجم این استوانه چقدر است؟

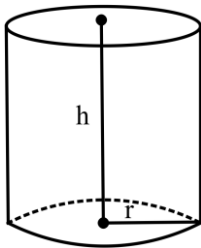
(۴) 48π

(۳) 64π

(۲) 256π

(۱) 128π

جواب: گزینه ۲



نکته: حجم استوانه‌ای به شعاع قاعده‌ی r و ارتفاع h برابر است با: $V = \pi r^2 h$

$$r + h = 12 \Rightarrow V = \pi r^2 h = \pi r^2 (12 - r) \Rightarrow V = \pi (12r^2 - r^3)$$

$$V' = 0 \Rightarrow 24r - 3r^2 = 0 \Rightarrow 3r(8 - r) = 0 \Rightarrow r = 8$$

بنابراین بیشترین مقدار ممکن برای حجم استوانه برابر است با:

$$V_{\max} = \pi \times 64 \times 8 = 256\pi$$

biomaze.ir



برای اولین بار در کشور، مصاحبه با تمام رتبه های زیر صد
کنکور سال گذشته و منابعی که استفاده می کردند

...برای مشاهده کلیک کنید...

تک رقمی های کنکور تجربی ۹۸ از چه تاریخی مازی بودند؟

امیرضا بسکابادی		رتبه ۶	۱۳۹۲/۱۰/۰۵
ایزد مهر احمدی نژاد		رتبه ۱	۱۳۹۲/۰۲/۰۷
گلسمصباحی		رتبه ۷	۱۳۹۵/۰۷/۰۳
محسن راستکار		رتبه ۲	۱۳۹۸/۰۲/۲۱
ریحانه فرخی		رتبه ۸	۱۳۹۲/۰۸/۱۵
فرهنگ امیری		رتبه ۳	۱۳۹۲/۰۶/۰۹
سیاوش کیانپور		رتبه ۹	۱۳۹۲/۰۷/۱۸
رسا ظفری		رتبه ۴	۱۳۹۲/۱۰/۱۸
سید مهدی زارع زاده		رتبه ۱۰	۱۳۹۲/۱۱/۲۱
محمد رضا ارشد صوفیانی		رتبه ۵	۱۳۹۲/۰۵/۲۰
امیر حسام زارع		رتبه ۱۰	۱۳۹۶/۰۶/۰۲

 www.biomaze.ir



#ماز_به_کسی_نگو!

  @biomaze

در صورتی که برای ثبت نام محصولات ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۸۵۸۵۰۰۰ ارسال کنید.